

8 класс. Решение и критерии оценивания

Задача №1

Результат сложения всех натуральных чисел от 1 до 2018 является многозначным числом. Найдите последнюю цифру этого числа.

Ответ: 1.

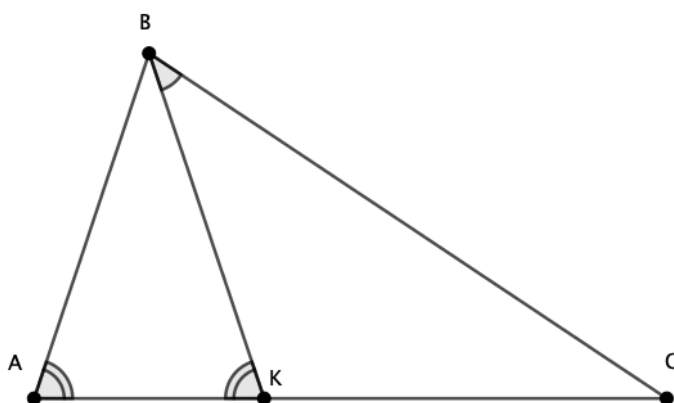
Решение: Один из возможных способов заключается в подсчёте всей суммы. В сумму входят подряд все натуральные числа, начиная с единицы и заканчивая 2018. Следовательно, по способу Гаусса, сумма равна: $(1 + 2018) \cdot 2018 : 2 = 2019 \cdot 1009 = 2037171$. Поэтому, последняя цифра в результате 1.

Замечание: есть очень много способов подсчёта последней цифры, не находя полный результат, а лишь опираясь на свойства последних цифр в суммах. Например: $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$, т.е. сумма последних цифр (в разряде единиц) каждого «полного десятка» оканчивается на 5, если количество «полных» десятков чётное, то сумма оканчивается на 0, если количество «полных» десятков нечётное, то сумма оканчивается на 5, а далее добавляем цифру, соответствующую сумме цифр (в разряде единиц) «неполного» десятка. В нашем случае: $5 + 6 = 11$, следовательно, последняя цифра в результате равна 1.

Критерии: Если ученик аргументировано получил правильный ответ, то он получает за задачу 7 баллов; при правильном ответе, но недостаточном пояснении выставляем 5-6 баллов; только за правильный ответ выставляем 1 балл; за правильный подход, но неверный ответ из-за вычислительной ошибки выставляем 3 балла.

Задача №2

В треугольнике ABC угол A больше угла C на 30° . Точка K лежит на стороне AC , $AB = BK$. Определить угол KBC .



Решение: $\angle BKA$ — внешний для $\triangle BKC$, поэтому $\angle BKA = \angle BCK + \angle KBC$. Но в силу равнобедренности $\triangle ABK$ $\angle BKA = \angle BAK = \angle BCK + 30^\circ$. Сравнивая оба равенства, получим $\angle KBC = 30^\circ$.

Критерии: Заметили равные углы A и K - 1 балл. Вспомнили свойство внешнего угла - 2 балл. Смогли всё собрать в решение - 7 баллов. (возможны и другие способы решения, но необходимо следить за обоснованностью)

Задача №3

Публичное акционерное общество «ЗМ-стройметалл» объявило котировку своих акций на ближайшие 3 месяца с приростом в процентах последовательно по месяцам на 250%, 250% и 500% по отношению к каждому предыдущему месяцу. Каков средний ежемесячный рост котировок акций за указанный период?

Ответ: 29,75

Решение:

Обозначим первоначальную стоимость акций за x , тогда:

1) через 1 месяц стоимость акций будет равна $x \cdot \frac{250 + 100}{100} = 3,5 \cdot x$

2) через 2 месяца стоимость акций будет равна $3,5x \cdot \frac{250 + 100}{100} = 12,25 \cdot x$

3) через 3 месяца стоимость акций будет равна $12,25x \cdot \frac{500 + 100}{100} = 73,5x$

Средний месячный прирост $\frac{3,5x + 12,25x + 73,5x}{3} = 29,75x$

Критерии: 7 баллов - обоснованное верное решение, если при правильном ходе решения допущена вычислительная ошибка 5 баллов, если найдена стоимость акций за 3 месяца, можно поставить 3 балла.

Задача №4

В центральной клетке квадрата 15 на 15 клеток стоит шахматный конь. Можно ли этим шахматным конём обойти все клетки этого квадрата, не заходя в клетку дважды, и последним ходом вернуться в центральную клетку?

Ответ: нельзя.

Решение: При обосновании используют идею раскраски. Если раскрасить клетки нашего квадрата в шахматном порядке, то будет 112 белых и 113 тёмных клеток (все угловые клетки и центральная – тёмные). Если вначале конь находится в клетке тёмного цвета, то следующим ходом он перемещается в клетку белого цвета, следующим – в тёмную, следующим – в белую, и т.д. Следовательно, тёмные и белые клетки должны чередоваться, но если конь окажется в 112-ой белой клетке, то ему нужно попасть в 113-ую тёмную, а следующим ходом – в 1-ую тёмную клетку, из которой он начал движение, чего шахматный конь сделать не может.

Критерии: Если ученик предложил полное решение, то он получает 7 баллов, если в обосновании есть неточности, а идея с раскраской предложена, то выставаем 5-6 баллов. Все примеры на «посещения» шахматным конём клеток квадрата, которые приводят к верному ответу, оцениваем в 0 баллов, если только ученик не сделал полный перебор. При наличии полного перебора ученик должен получить 7 баллов (но всё перебрать очень сложно). Ошибочные попытки получить полный перебор можно оценивать в 1-2 балла.

Задача №5

Можно ли увезти 50 камней весом 370 кг, 372 кг, 374 кг, ... 466 кг, 468 кг на семи трёхтонках.

Ответ: нет.

Решение: Так как $50 = 7 \cdot 7 + 1$, то на одну из машин попадёт не менее 8 камней. Но сумма первых 8 наименьших камней $370 + 372 + 374 + \dots + 384 = 3016$ кг превысит 3 т. Значит вывести камни не удастся.

Критерии: Получено равенство - 2 балла. Сделано заключение о 8 машинах - 4 балла. Проверена сумма наименьших камней - 7 баллов. Просто ответ - 0 баллов.