7 класс. Решение и критерии оценивания.

Задача №1

Результат умножения всех натуральных чисел от 1 до 2018 является многозначным числом, и заканчивается запись этого числа нулями. Сколько нулей мы насчитаем в конце этого числа?

Ответ: 502 нуля.

Решение: В разложении на простые множители числа 2018! будут 2 и 5, но двоек в разложении окажется больше. Так как произведение 2 и 5 даёт 10, то нулей в конце многозначного числа будет столько, сколько 5 в разложении числа 2018! Если бы не присутствовали степени 5, то каждое 5 число делилось бы на 5, и таких чисел было бы 403; но будут числа, кратные $25 = 5^2$, и таких чисел будет 80; будут числа, кратные $125 = 5^3$, и таких чисел будет 16; будут числа, кратные $625 = 5^4$, и таких чисел будет 3. Следовательно, в разложении будет (403+80+16+3) пятёрки, т.е. результат справа будет содержать 502 нуля.

Критерии: Если ученик аргументировано получил правильный ответ, то он получает за задачу 7 баллов; если при правильном подходе ученик допустил ошибку при сложении (403+80+16+3), то он получает 5 баллов; за результат 403 ученику можно выставить 1 балл.

Задача №2

В треугольнике длина одной стороны равна 3,8 см, второй - 0,6 см. Найдите длину третьей стороны, если она составляет целое число сантиметров.

Ответ: 4 см

Решение: По неравенству треугольника $a - b < x < a + b$;
$3{,}8 - 0{,}6 < x < 3{,}8 + 0{,}6$; $3{,}2 < x < 4{,}4$. Целое решение 4 см.

Критерии: Простой подбор с правильным ответом - 2 балла. Если ещё сделана и верхняя оценка, то можно прибавить ещё 2 балла. Если и нижняя - 7 баллов.

Задача №3

Некоторый банк предлагает своим клиентам открыть Вклад «Онлайк» под 15% годовых. Михаил Борисович решил открыть вклад сроком на 1 год на сумму 50 000 рублей. Через год он решил не снимать деньги, а оставить на счету. Еще через год, он решил поступить так же как и в предыдущем году. Какая сумма будет у него на счету к концу третьего года, если при каждой пролонгации (продление вклада) процентная ставка уменьшалась на 0,2%?

Решение.

В конце первого года на счету Михаила Борисовича будет:

$50000 \cdot 1{,}15 = 57500$

В конце второго года $57500 \cdot 1{,}148 = 66010$

В конце третьего года $66010 \cdot 1{,}146 = 75647{,}46$

<u>Ответ:</u> 75647,46
Критерии: Если ученик аргументированно получил правильный ответ, то он получает за задачу 7 баллов. Если при правильном решении допущена вычислительная ошибка, то он получает 5 баллов.

Задача №4

В центральной клетке квадрата 7 на 7 клеток стоит шахматный конь. Можно ли этим шахматным конём обойти все клетки этого квадрата, не заходя в клетку дважды, и последним ходом вернуться в центральную клетку?

Ответ: нельзя.
Решение: При обосновании используют идею раскраски. Если раскрасить клетки нашего квадрата в шахматном порядке, то будет 24 белых и 25 тёмных клеток (все угловые клетки и центральная – тёмные). Если вначале конь находится в клетке тёмного цвета, то следующим ходом он перемещается в клетку белого цвета, следующим – в тёмную, следующим – в белую, и т.д. Следовательно, тёмные и белые клетки должны чередоваться, но если конь окажется в 24-ой белой клетке, то ему нужно попасть в 25-ую тёмную, а следующим ходом – в 1-ую тёмную клетку, из которой он начал движение, чего шахматный конь сделать не может.
Критерии: Если ученик предложил полное решение, то он получает 7 баллов, если в обосновании есть неточности, а идея с раскраской предложена, то выставляем 5-6 баллов. Все примеры на «посещения» шахматным конём клеток квадрата, которые приводят к верному ответу, оцениваем в 0 баллов, если только ученик не сделал полный перебор. При наличии полного перебора ученик должен получить 7 баллов (но всё перебрать очень сложно). Ошибочные попытки получить полный перебор можно оценивать в 1-2 балла.

Задача №5

В квадратном коврике размером 1×1 м моль проела 51 маленькую дырочку. Докажите, что какие-то три из них можно закрыть заплаткой размером 20х20 см.

Решение: Накроем весь коврик такими заплатками, без их взаимного наложения. Их будет $(100 \times 100) : (20 \times 20) = 25$ штук. Тогда $51 = 25 \cdot 2 + 1$, т.е. на каждую заплатку придётся не менее 2 дырок, а оставшаяся дырка будет третьей в какой-то заплатке.
Критерии: Есть идея покрытия ковра заплатами и подсчитано их число - 3 балла. Получено равенство - 5 баллов. Сделано логическое заключение - 7 баллов. Возможно решение методом от противного.